L1 Eco Management

MATHEMATIQUES PREMIER SEMESTRE

TRAVAUX DIRIGES N°2

Thèmes abordés :
- Dérivées
- Equation d'une tangente
- Développements de Taylor
- Domaine de définition des fonctions à deux variables

Exercice 1

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer l'équation de la tangente au point x_0 indiqué. Préciser si la tangente passe ou non par l'origine.

$f_1(x) = \ln x$, $x_0 = \mathrm{e}$; $f_2(x) = \mathrm{e}^x(x-1)$, $x_0 = 1$; $f_3(x) = x\ln x - x$, $x_0 = 1$

$f_4(x) = \dfrac{\ln x}{1+\ln^2 x}$, $x_0 = 1$; $f_5(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$, $x_0 = -\dfrac{2}{3}$

Exercice 2

On note f la fonction définie par : $f(x) = (\ln(1+x))^2$.

a) Trouver l'équation de la tangente en $x = 0$

b) Effectuer le développement de Taylor en $x = 0$, à l'ordre 3.

Exercice 3

On note f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

a) Trouver l'équation de la tangente en $x = 0$

b) Effectuer le développement de Taylor en $x = 0$, à l'ordre 3.

Exercice 4

Trouver le développement de Taylor des fonctions suivantes, au voisinage de $x = 0$, à l'ordre 4 :

$x \to e^x$, $x \to \sqrt{1+x}$, $\dfrac{1}{1-x}$, $x \to \dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$

Exercice 5

Indiquer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$f_1(x,y) = \mathrm{e}^{xy}$; $f_2(x,y) = x^2+y^2-xy+x+y-2$; $f_3(x,y) = x^2y+3x+y+1$;

$f_4(x,y) = \dfrac{x^2-y}{x^2+xy}$; $f_5(x,y) = (x^3-3x)(y^2-1)$; $f_6(x,y) = x^2+y^3-2xy+x-2y+1$;

$f_7(x,y) = x^4+y^2+xy^2-1$; $f_8(x,y) = \mathrm{e}^{x^2-y^2}(x-y+1)$; $f_9(x,y) = \mathrm{e}^{x^2-xy}x$;

$f_{10}(x,y) = \ln(x^2+y^2-1)$;